Мы хотели бы получить массив ключей map.keys() в переменную и далее работать с ними, например, применить метод .push.

Но это не выходит:

let map = new Map();

map.set("name", "John");

let keys = map.keys();

// Error: keys.push is not a function

// Ошибка: keys.push -- это не функция

keys.push("more");

Почему? Что нужно поправить в коде, чтобы вызов keys.push сработал?

Map.keys(); возвращает не массимв. Надо конвертировать в массив let keys = Array.from(map.keys());